

Programma dettagliato AM120 - Analisi Matematica 2 /
Analisi Matematica I, Mod. 2
(AA 2025-2026)

https://www.mat.uniroma3.it/users/chierchia/AM120_25_26/AM120_25_26.htm

NOTE: I riferimenti tra parentesi quadrate e gli esercizi (Es) sono al testo:

Chierchia, L.: [Analisi su \$\mathbb{R}\$. Guida ai principi dell'analisi matematica](#) McGraw-Hill, 2025, 250 pagine.

* significa: "dimostrazione facoltativa per i fisici" (l'enunciato invece va saputo da tutti!)

** significa: "dimostrazione facoltativa per tutti"

Esercizi con (!) possono essere discussi all'orale.

Altro materiale:

file 1: https://www.mat.uniroma3.it/users/chierchia/AM120_25_26/Cauchy-Hadamard.pdf

file 2: https://www.mat.uniroma3.it/users/chierchia/AM120_25_26/esponenziale%20complesso.pdf

file 3: https://www.mat.uniroma3.it/users/chierchia/AM120_25_26/radici%20unita.pdf

file 4: https://www.mat.uniroma3.it/users/chierchia/AM120_25_26/EDObis.pdf

Serie

Definizione di serie. Esempi: serie geometrica; serie di Mengoli; zeta(2); serie armonica; serie logaritmica.

Proprietà semplici delle serie: criterio necessario di Cauchy; le serie a termini positivi o convergono o divergono; linearità di serie convergenti; criterio di convergenza assoluta. [par 5.1, 5.1.1; parte di 5.1.3].

Comportamento di serie: proprietà elementari [Proposizione 5.8].

Criteri di convergenza per serie a termini non negativi: confronto e confronto asintotico; radice; rapporto [vedi par 5.1.4]. Es 5.12 (!)

Criterio di condensazione di Cauchy* [p 184 e 185] e applicazioni.

Criterio di convergenza di Leibniz [p. 186]. Es 2.29 (!)

Richiami sulle **funzioni iperboliche** [par 2.7.3].

Funzioni trigonometriche

Archi di circonferenza; segmenti, poligonalari e loro lunghezza [p.104 e 105].

\mathbb{R}^2 come spazio vettoriale: somma di vettori di \mathbb{R}^2 e moltiplicazione per scalari. Norma euclidea e prodotto scalare. Disuguaglianze in \mathbb{R}^2 : disuguaglianza di Cauchy e disuguaglianze triangolari [Lemma 1.93 e Lemma 3.21].

Definizione di lunghezza di un arco di circonferenza tramite estremo superiore dell'insieme delle lunghezze delle poligonalari iscritte [p. 104 e 105].

Corollario 3.22*. Funzioni C^∞ [Definizione 3.36]. Enunciato del Lemma 3.26 (l'arcocoseno è C^∞ in $[0,1)$).

Definizione di coseno e seno ristretti a $[0,\pi/2]$; derivabilità di seno e coseno in $[0,\pi/2]$

[Corollario 3.16 e Lemma 3.29].

Lemma 3.26* e definizione di seno e coseno su \mathbb{R} [p. 107-111 fino a Teorema 3.31 incluso].

Limiti notevoli di seno e coseno [NB: per i limiti notevoli non serve l'Hopital: $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}$ per $t \rightarrow 0$ è il limite del rapporto incrementale del seno in $t=0$, e per $(1 - \cos t)/t^2$ si usi l'identità $(1 - \cos t)/t^2 = (\sin t / t)^2 (1 + \cos t)^{-1}$].

Formule di addizione di seno e coseno.

Funzioni trigonometriche inverse

Paragrafo 3.2.

L'**oscillatore armonico** Es 4.24 (!)

Formula di Taylor

Simboli di Landau ("o piccolo") [Def 3.52]. Formula di Taylor (teorema di Peano e resto di Lagrange) [Teorema 3.51].

Applicazioni della formula di Taylor con resto di Lagrange: rappresentazione per serie dell'esponenziale, di seno e coseno; discussione della serie di Taylor di $\log(1+x)$.

Lemma 3.50. Dimostrazione Teorema 3.51* (teorema di Peano e formula di Taylor con resto di Lagrange).

Serie di potenze e serie Taylor; funzioni analitiche

Definizione di serie di Taylor (di una funzione C^∞) [Definizione 5.25].

Esempio di una funzione C^∞ la cui serie di Taylor non rappresenta la funzione [La φ a metà pag 195].

Definizione di serie di potenze [pag 192].

Se $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n|^{1/n} \rightarrow \theta$, allora la serie di potenze $\sum a_n (x - x_0)^n$ converge assolutamente nell'intervallo $|x - x_0| < 1/\theta$ e non converge se $|x - x_0| > 1/\theta$ (con le opportune convenzioni se $\theta=0$ o $\theta=+\infty$).

Definizione di limite superiore di una successione e Lemma 5.19 (il punto (iii) con *).

Criterio generalizzato della radice [p. 189].

Formula di Cauchy-Hadamard per il raggio di convergenza di una serie di potenze [par 5.2.1].

Criterio del rapporto per il raggio di convergenza [Oss 5.21,(ii)].

Regolarità di serie di potenze; primitive di serie di potenze [Corollario 5.24]; [vedi [file 1](#)].

Funzioni analitiche e serie di Taylor di funzioni analitiche elementari; il coefficiente binomiale α sopra k con α reale e k naturale. [Par 5.2.3].

Es 5.22 (!)

Numeri complessi

Numeri complessi [par 1.7].

Successioni e serie in \mathbb{C} ; la serie geometrica in \mathbb{C} ; $\exp(z)$ e la formula di Eulero [par 5.2.4 esclusa la dimostrazione della (5.44)].

Rappresentazione polare (o trigonometrica) dei numeri complessi.

Teorema di addizione per l'esponenziale complesso; [vedi [file 2](#); il lemma algebrico è con *].

Parte reale, parte immaginaria e modulo di $e^z := \exp(z)$.

Radici dell'unità e soluzioni dell'equazione $z^n = w$, con $w \in \mathbb{C}$ assegnato; [vedi [file 3](#)].

Funzioni da \mathbb{R} in \mathbb{C} : continuità e derivabilità. La derivata di $t \rightarrow e^{\lambda t}$.

Equazioni differenziali ordinarie di ordine n a coefficienti costanti

Polinomio caratteristico [par 4.6.3 esclusa Proposizione 4.55].

Equazioni differenziali ordinarie di ordine 2 a coefficienti costanti: determinazione della soluzione generale con metodi di analisi complessa. Analiticità delle soluzioni e unicità* ; [vedi [file 4](#)].

Teoria dell'integrazione di Riemann

Insiemi elementari e funzioni a scalini [da p. 137 a metà p. 140; sono con * le Proposizioni 4.4 e 4.6 e il Lemma 4.8].

Misura di insiemi elementari e integrale di funzioni a scalini [da Def. 4.10 fino a def 4.16 (incluse); i lemmi 4.13 e 4.15 sono con *].

Proprietà delle funzioni a scalini [Prop. 4.17 e Oss. 4.18].

Funzioni Riemann integrabili [pag 143 e 144]. Es 4.6 (!)

Proprietà delle funzioni integrabili secondo Riemann [Teorema 4.24*].

Partizioni e somme di Riemann [par 4.2.2; il Lemma 4.26 è con *].

Integrabilità delle funzioni limitate e monotone [Proposizione 4.28].

Funzioni uniformemente continue e funzioni Lischitziane [par 2.61, p. 75].

Integrabilità delle funzioni uniformemente continue [Proposizione 4.29]. Es 2.44 (!)

Integrale tra due punti e teorema fondamentale del calcolo [par 4.2.3, e sez 4.3 fino a 4.3.1 escluso].

Integrazione per parti e cambio di variabili [par 4.3.1].

Formula di Taylor con resto integrale [par 4.3.2].

Integrazione impropria: definizione e criteri [par 4.4].

Regola di Bernoulli-Hopital

Teorema 3.19.

Topologia euclidea e successioni

Insiemi aperti e insiemi chiusi e loro proprietà.

Interno e chiusura di un insieme [par 6.1.1]. Es 6.3 (!)

Chiusura e successioni [Proposizione 6.5*, Proposizione 6.7*]

Frontiera di un insieme [Proposizione 6.9*].

Sottosuccessioni [par 6.2].

Teorema di Bolzano-Weierstrass [Lemma 6.15, Teorema 6.16, Osservazione 6.17]. S

Successioni di Cauchy e funzioni uniformemente continue* [Par 6.2.2]. Proprietà delle funzioni uniformemente continue: Proposizione 2.55* e caratterizzazione della non uniforme continuità* (Es 6.27 svolto).

Massimo e minimo limite: Proposizioni 6.21, 6.22 (con *) e Proposizione 6.24.

Compattezza per successioni.

Teorema di Bolzano-Weierstrass [Teorema 6.26]: K è compatto se e solo se è chiuso e limitato. Es 6.29 (!), 6.30 (!)

Un insieme compatto ha massimo e minimo [Proposizione 6.27].

Funzioni continue su compatti: Proposizione 6.28, Teorema di Weierstrass e Teorema di Heine-Cantor* [Par 6.3.1 3 Par 6.3.2].

L'insieme ternario di Cantor* .